CEVAPLAR

1) $A = \{ p \in \mathbb{N} : \forall m,n \in \mathbb{N}$ için $(mn)p = m(np) \} \subseteq \mathbb{N}$

olsun. $A = \mathbb{N}$?

- $0 \in A$ mı?

$$\left.\begin{array}{l} (mn).0 = 0 \\ m.0 = 0 \\ \quad = m(n0) \end{array}\right\} \Rightarrow (mn)0 = m(n0)$$

$$\Rightarrow 0 \in A$$

- $\forall p \in A$ için $p^+ \in A$ mı?

$p \in A \Rightarrow \forall m,n \in \mathbb{N}$ için $(mn)p = m(np)$ --- ⊛

$p^+ \in A \overset{?}{\Longleftrightarrow} \forall m,n \in \mathbb{N}$ için $(mn)p^+ = m(np^+)$

$$\begin{aligned} (mn)p^+ &= (mn)p + mn && \text{çarpmanın tanımı} \\ &\underset{⊛}{=} m(np) + mn && ⊛ \\ &= m(np + n) && \text{dağılma özelliği} \\ &= m(np^+) && \text{çarpmanın tanımı} \end{aligned}$$

$\Rightarrow p^+ \in A$

$\therefore A = \mathbb{N}$

2) $x = [a,b]$, $y = [c,d]$, $z = [e,f]$

$z \neq 0 \Rightarrow e \neq f$

$$\begin{aligned} xz = yz &\Leftrightarrow [a,b][e,f] = [c,d][e,f] \\ &\Leftrightarrow [ae+bf, af+be] = [ce+df, cf+de] \\ &\Leftrightarrow (ae+bf, af+be) \sim (ce+df, cf+de) \\ &\Leftrightarrow ae+bf+cf+de = af+be+ce+df \\ &\Leftrightarrow e(a+d)+f(b+c) = e(b+c)+f(a+d) \\ &\Leftrightarrow a+d = b+c \qquad (e \neq f \text{ olduğundan}) \\ &\Leftrightarrow (a,b) \sim (c,d) \\ &\Leftrightarrow [a,b] = [c,d] \\ &\Leftrightarrow x = y \end{aligned}$$